

Revisão de Crenças com Probabilidades Imprecisas

Camila Mari Matsubara

Orientador: Prof.Dr. Marcelo Finger

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo

Novembro de 2009

Sumário

Revisão de Crenças

Probabilidades Imprecisas

Um algoritmo

Satisfatibilidade Probabilística

Estratégias e Heurísticas

Sumário

Revisão de Crenças

Probabilidades Imprecisas

Um algoritmo

Satisfatibilidade Probabilística

Estratégias e Heurísticas

Exemplo:

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72.

Expansão

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
 - Hoje é dia 4 de janeiro;
 - A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72.
-
- O que acontece se adicionar "Fulano comprou um carro vermelho"?

Expansão

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72.
- **Fulano comprou um carro vermelho.**

Expansão

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
 - Hoje é dia 4 de janeiro;
 - A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72.
 - Fulano comprou um carro vermelho.
 - **Fulano é dono de um carro vermelho.**
-
- Adiciona-se também consequências

Revisão

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
 - Hoje é dia 4 de janeiro;
 - A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
 - Fulano comprou um carro vermelho;
 - Fulano é dono de um carro vermelho.
-
- E se quero adicionar que "Hoje não choveu"?

Revisão

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
- Fulano comprou um carro vermelho;
- Fulano é dono de um carro vermelho.
- Hoje não choveu.

Revisão

Remove todas as crenças e fica apenas com a nova:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
- Fulano comprou um carro vermelho;
- Fulano é dono de um carro vermelho.
- Hoje não choveu.

Revisão

Remove a crença nova:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
- Fulano comprou um carro vermelho;
- Fulano é dono de um carro vermelho.
- Hoje não choveu.

Revisão

Conclui que hoje não é dia 4 de janeiro:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
- Fulano comprou um carro vermelho;
- Fulano é dono de um carro vermelho.
- Hoje não choveu.

Revisão

Conclui que não chove em todos os dias do verão:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
- Fulano comprou um carro vermelho;
- Fulano é dono de um carro vermelho.
- Hoje não choveu.

Remoção

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;
- Fulano comprou um carro vermelho;
- Fulano é dono de um carro vermelho.

E se quero remover que "Fulano comprou um carro vermelho"?

Remoção

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;

- Fulano é dono de um carro vermelho.

E se quero remover que "Fulano comprou um carro vermelho"?

Remoção

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão;
- Hoje é dia 4 de janeiro;
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72;

- **Fulano é dono de um carro vermelho.**

E se quero remover que "Fulano comprou um carro vermelho"?

Formalizando...

- Alchourrón, Gärdenfors e Makinson
- Linguagem L : Lógica Proposicional
- Tipos de representação: conjunto, bases, probabilístico.

Conjunto de crenças

Definição

K é conjunto de crenças se e somente se:

- $K \not\vdash \perp$
- $K \vdash B \implies B \in K$

Conjunto de crenças

Atitudes

- aceita: $A \in K$
- rejeitada: $\neg A \in K$
- indeterminado: $A \notin K$ e $\neg A \notin K$

Conjunto de crenças

Atitudes

- aceita: $A \in K$
- rejeitada: $\neg A \in K$
- indeterminado: $A \notin K$ e $\neg A \notin K$

Entradas

- adição
- remoção

Conjunto de crenças

Atitudes

- aceita: $A \in K$
- rejeitada: $\neg A \in K$
- indeterminado: $A \notin K$ e $\neg A \notin K$

Entradas

- adição
- remoção

Mudanças

- expansão
- revisão
- contração

Base de crenças

Definição

B_k é base de K se e somente se:

- $B_k \subseteq K$
- $K = \text{Cn}(B_k)$

Postulados AGM

- 1) $K * A'$ é um conjunto de crenças
- 2) $A' \in K * A'$
- 3) $K * A' \subseteq K + A'$
- 4) se $\neg A' \notin K$ então $K + A' \subseteq K * A'$
- *) se $A' \in K$ então $K = K * A'$
- 5) $K * A'$ é inconsistente se e somente se $\vdash \neg A'$
- 6) se $\vdash A' \leftrightarrow B'$ então $K * A' = K * B'$

Crença probabilística

- Estado de crença representado por uma função de probabilidade P .
- Mede o grau de crença do agente.
- Aplica-se os axiomas de probabilidade.

Sumário

Revisão de Crenças

Probabilidades Imprecisas

Um algoritmo

Satisfatibilidade Probabilística

Estratégias e Heurísticas

Probabilidades Imprecisas

- Cada crença está associada a um intervalo de probabilidade.

Exemplo

Conjunto de informações:

- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]
- Amanhã é dia 5 de janeiro [30%, 60%]

Quero alterar: Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]

Conceitos

Atitudes

- mais provável que
- aceita e rejeitada
- precisão da crença

Conceitos

Atitudes

- mais provável que
- aceita e rejeitada
- precisão da crença

Entradas

- Uma alteração arbitrária no intervalo de probabilidade de alguma sentença.

Conceitos

Atitudes

- mais provável que
- aceita e rejeitada
- precisão da crença

Entradas

- Uma alteração arbitrária no intervalo de probabilidade de alguma sentença.

Mudanças

- Toda mudança neste contexto será uma revisão.

Probabilidades Imprecisas

Postulados

- 1) $B_k * (A', \pi')$ é base de crenças com cada sentença associada a um intervalo de probabilidade.
- 2) $(A', \pi') \in B_k$
- 3) $B_k * (A', \pi') \subseteq B_k + (A', \pi')$
- 4) Se $(B_k - (A', \pi)) \cup (A', \pi') \not\vdash \perp$ então $B_k + (A', \pi') \subseteq B_k * (A', \pi')$
- * Se $\pi' = \pi$ então $B_k * (A', \pi') = B_k$
- 5) $B_k * (A', \pi')$ é inconsistente se e somente se $\vdash \neg A'$
- 6) Se $\vdash A' \leftrightarrow B'$ então $B_k * (A', \pi') = B_k * (B', \pi')$

Sumário

Revisão de Crenças

Probabilidades Imprecisas

Um algoritmo

Satisfatibilidade Probabilística

Estratégias e Heurísticas

Determinar intervalo de probabilidade

Recebe:

- uma base B_k ;
- uma sentença A' com intervalo desconhecido.

Devolve:

- Um intervalo de probabilidade que contém os pontos viáveis associados à sentença A'

Sumário

Revisão de Crenças

Probabilidades Imprecisas

Um algoritmo

Satisfatibilidade Probabilística

Estratégias e Heurísticas

Problema da satisfatibilidade probabilística

Problema na forma de decisão

Considere m sentenças lógicas, A_1, A_2, \dots, A_m definidas sobre n variáveis.

Considere as probabilidades $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m$ para essas sentenças serem verdadeiras.

Esse conjunto de pares sentença-probabilidade é consistente?

Problema da satisfatibilidade probabilística

Reformulação

Existem 2^n valorações w_j sobre as n variáveis.

Para cada valoração, cada sentença A_i é verdadeira ou falsa.

Existe uma distribuição de probabilidade p_1, p_2, \dots, p_{2^n} sobre o conjunto de valorações tal que a soma das probabilidades das valorações em que a sentença A_i é verdadeira é igual a sua probabilidade π_i , para $i = 1, 2, \dots, m$?

Problema de Programação Linear

Definimos a matriz $m \times 2^n$ $A = (a_{ij})$:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } A_i \text{ é verdadeira com a valoração } w_j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Então, a forma de decisão do problema é:

$$Ap = \pi \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{2^n} p_i = 1 \quad (2)$$

$$p_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, 2^n \quad (3)$$

Problema de Programação Linear

Usando intervalos:

$$\underline{\pi} \leq Ap \leq \bar{\pi}$$

$$\sum_{i=1}^{2^n} p_i = 1$$

$$p_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, 2^n$$

Extensão minimal dos intervalos de probabilidade

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m (\bar{\pi}_i + u_i) - (\underline{\pi}_i + l_i) \\ \text{s.a.} \quad & \underline{\pi} + l \leq Ap \leq \bar{\pi} + u \\ & \sum_{i=1}^{2^n} p_i = 1 \\ & p_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, 2^n \end{aligned}$$

Remoção de sentenças

$$\min \sum_{i=1}^m y_i$$

$$\text{s.a. } \underline{\pi} - l y \leq A p \leq \bar{\pi} + u y$$

$$\sum_{i=1}^{2^n} p_i = 1$$

$$l_i = 0 \leq \underline{\pi}_i y_i \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

$$u_i = 0 \leq (1 - \bar{\pi}_i) y_i \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

$$p_i, l_j, u_j \geq 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, 2^n \text{ e } j = 1, \dots, m$$

$$y \in \{0, 1\}^m$$

Sumário

Revisão de Crenças

Probabilidades Imprecisas

Um algoritmo

Satisfatibilidade Probabilística

Estratégias e Heurísticas

Por remoção de crenças

Ordenar as sentenças conforme a amplitude do intervalo e percorrer em ordem **crescente**.

- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- Amanhã é dia 5 de janeiro [30%, 60%]

Alterar: Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]

Por remoção de crenças

Ordenar as sentenças conforme a amplitude do intervalo e percorrer em ordem **decrecente**.

- Amanhã é dia 5 de janeiro [30%, 60%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Alterar: Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- **Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]**
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [50%, 70%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [100%, 100%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [100%, 100%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Manipulação incremental

- Amanhã é dia 5 de janeiro [100%, 100%]
- Chove em todos os dias do verão [10%, 20%]
- Hoje é dia 4 de janeiro [100%, 100%]
- A cotação do dólar de hoje é R\$ 1.72 [90%, 100%]

Referências

- 1 Alchorrón, Carlos; Gardenfors, Peter; Makison, David. **On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions.** 1985.
- 2 Chan, H.; Darwiche, A. **On the revision of probabilistic beliefs using uncertain evidence.** 2005.
- 3 Gardenfors, Peter. **Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States.** 1988.
- 4 Hansen, Pierre; Jaumard, Brigitte. **Probabilistic Satisfiability.** 1996.
- 5 Sousa, Thiago Carvalho de. **Revisão de modelos formais de sistemas de estados finitos.** Dissertação de mestrado. IME, São Paulo, 2007.
- 6 Wasserman, Renata. **Resource-bounded Belief Revision.** Dissertação de doutorado. University of Amsterdam, 1999.