

Estudo e modelagem de soluções de otimização discreta para grades horárias

Aluno: Nilo Cesar Teixeira (nilo.teixeira@gmail.com)

Orientador: Prof. Alfredo Goldman

Instituto de Matemática e Estatística - IME/USP

17 de Novembro de 2011

Problema

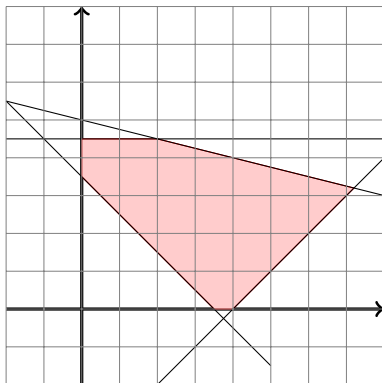


Figura: Poliedro (em vermelho)

Problema

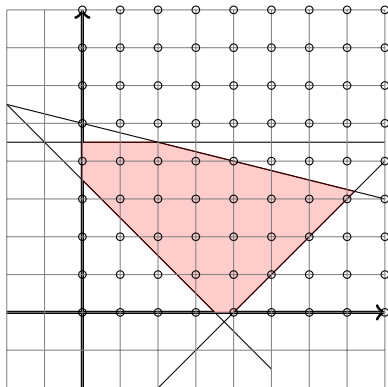


Figura: Poliedro (em vermelho)

Problema

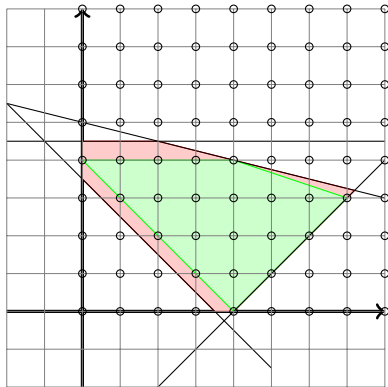


Figura: Poliedro (em vermelho) e seu fecho inteiro (em verde)

- ▶ Linguagem utilizada para descrever problemas de programação linear (PL);
- ▶ É um subconjunto da linguagem AMPL, por sua vez utilizada em “*solvers*” comerciais;
- ▶ Possui construções elegantes para definir restrições de PL em alto nível.

Mathprog - Elementos de construção

- ▶ Parâmetros
 - ▶ Definição de conjuntos/parâmetros: **set**, **param**;
 - ▶ Consistência de parâmetros: **check**.
- ▶ Componentes do PL
 - ▶ Definição de restrições: **subject to (s.t.)**;
 - ▶ Definição de variáveis de decisão: **var**;
 - ▶ Definição da função objetivo: **maximize/minimize**.

Conjuntos e parâmetros - Mathprog

```
param SALAS integer := 1;  
param HORARIOS integer := 3;  
  
set MATERIA;  
set SALA := setof {i in 1..SALAS} ("SALA" & i);  
set HORARIO := {i in 1..HORARIOS};  
set DIA;  
  
data ;  
  
set MATERIA := MATEMATICA FISICA QUIMICA;  
set DIA := SEGUNDA QUARTA SEXTA;  
  
end ;
```

Consistência de parâmetros - Mathprog

```
#Vértices
```

```
set V;
```

```
#Arestas
```

```
param A {i in V, j in V}, binary;
```

```
## Restrições ##
```

```
#Cada aresta deve ter duas pontas distintas
```

```
check {v in V} : A[v, v] = 0;
```

```
#Modelando grafo a partir de um digrafo
```

```
check {v1 in V, v2 in V} : A[v1, v2] = A[v2, v1];
```


Componentes do PL - Mathprog

#Variável de decisão

var X {v1 in V, v2 in V}, **binary**;

#Função objetivo

maximize obj: sum {v1 in V, v2 in V} X[v1,v2] * A[v1,v2];

#Arestas duplas, ou nenhuma aresta

s.t. r1 {v1 in V, v2 in V} : X[v1,v2] * A[v1,v2] = X[v2,v1] * A[v2,v1];

#Modelando emparelhamento

s.t. r2 {v1 in V} : sum {v2 in V} (X[v1,v2] * A[v1,v2] + X[v2,v1] * A[v2,v1]) <= 2;

Variável de decisão do problema

Na modelagem proposta, temos a seguinte função objetivo:

$$f(H, Peso) = H_{hr, d}^{m, sl} * Peso_{hr, d}^{m, sl}$$
$$(H_{hr, d}^{m, sl} \in \{0, 1\}, Peso_{hr, d}^{m, sl} \in \mathbb{Z})$$

Os índices representam o seguinte:

- ▶ $m \in MATERIA$: Matéria lecionada;
- ▶ $sl \in SALA$: Sala de aula;
- ▶ $hr \in HORARIO$: Horário da aula;
- ▶ $d \in DIA$: Dia da semana.

Assim, formulamos o seguinte *PLI* sujeito a restrições de viabilidade:

$$\max \sum_{hr, d}^{m, sl} H_{hr, d}^{m, sl} * Peso_{hr, d}^{m, sl}$$