ANDREW IJANO LOPES

LÓGICA DE DESCRIÇÃO PROBABILÍSTICA TRATÁVEL

Algoritmos e implementação

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Finger

Universidade de São Paulo

Janeiro de 2021

PARTE 1

LÓGICA DE DESCRIÇÃO PROBABILÍSTICA TRATÁVEL

Algoritmos e implementação

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

AXIOMAS

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

AXIOMAS

FEBRE é um **SINTOMA**

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

AXIOMAS

FEBRE é um **SINTOMA**

FEBRE é sinônimo de **PIREXIA**

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

AXIOMAS

FEBRE é um **SINTOMA**

FEBRE é sinônimo de **PIREXIA**

PIREXIA é um **SINTOMA**

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

AXIOMAS

FEBRE é um **SINTOMA**

FEBRE é sinônimo de **PIREXIA**

PIREXIA é um **SINTOMA**

ASSERÇÃO

MARIA tem sintoma **FEBRE**

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

AXIOMAS

$$\mathbf{FEBRE} \sqsubseteq \mathbf{SINTOMA}$$

$$\mathbf{FEBRE} \equiv \mathbf{PIREXIA}$$

$$\mathbf{PIREXIA} \sqsubseteq \mathbf{SINTOMA}$$

ASSERÇÃO

$$\{\ \mathbf{MARIA}\ \} \sqsubseteq \exists\ \text{temSintoma}.\mathbf{FEBRE}$$

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

$\mathcal{EL}^{++}$

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

$\mathcal{EL}++$

$C \sqsubseteq D$ $\quad$ $\exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad$ $C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

Raciocínio polinomial

$\mathcal{EL}++$

$C \sqsubseteq D$ $\quad$ $\exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad$ $C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

LÓGICA DE DESCRIÇÃO

Raciocínio polinomial

$\mathcal{EL}^{++}$

Bases de conhecimento com

350k termos!

$C \sqsubseteq D$ $\quad \exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

O MUNDO É CHEIO DE SITUAÇÕES INCERTAS

PARTE 2

LÓGICA DE DESCRIÇÃO PROBABILÍSTICA TRATÁVEL

Algoritmos e implementação

PROBABILIDADE

Ax_1 = **FEBRE** e **TOSSE** são causadas por **COVID**

Ax_2 = **FEBRE** é causada por **COVID**

Ax_3 = **COVID** não está presente no hospital

PROBABILIDADE

Ax_1 = **FEBRE** e **TOSSE** são causadas por **COVID**

Ax_2 = **FEBRE** é causada por **COVID**

Ax_3 = **COVID** não está presente no hospital

$$P(Ax_1) - P(Ax_2) = 0.2$$

$$P(Ax_3) = 0.7$$

RESTRIÇÕES LINEARES

PROBABILIDADE

PROBABILIDADE

$\mathcal{EL}^{++}$

$C \sqsubseteq D$ $\quad$ $\exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad$ $C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

PROBABILIDADE

Raciocínio EXPONENCIAL!

$\mathcal{EL}++$

$C \sqsubseteq D$ $\quad$ $\exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad$ $C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

PROBABILIDADE

Raciocínio EXPONENCIAL!

Diminuir a expressividade

$\mathcal{EL}++$

$C \sqsubseteq D$ $\quad\quad$ $\exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad$ $C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

PROBABILIDADE

Raciocínio EXPONENCIAL!

Diminuir a expressividade

Graphic $\mathcal{EL}$

$C \sqsubseteq D$ $\quad \exists\, r.C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$ $\quad C_1 \sqcap C_2 \sqsubseteq D$

PROBABILIDADE

Raciocínio EXPONENCIAL!

Diminuir a expressividade

Raciocínio polinomial de novo?

Graphic $\mathcal{EL}$

$C \sqsubseteq D$

$C \sqsubseteq \exists\, r.D$

PARTE 3

LÓGICA DE DESCRIÇÃO PROBABILÍSTICA TRATÁVEL

Algoritmos e implementação

PGEL-SAT

Probabilistic
Graphic
EL
SATisfiability problem

PGEL-SAT

Probabilistic
Graphic
EL
SATisfiability problem

RECEBE

Fatos + Incertezas + Restrições

PGEL-SAT

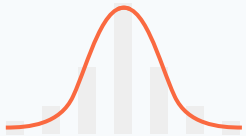
Probabilistic
Graphic
EL
SATisfiability problem

RECEBE

Fatos + Incertezas + Restrições

DEVOLVE

Sim / Não **+** **Probabilidade interpretações**



PGEL-SAT

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & c' x \\ \text{sujeito a} \quad & C x = d \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

PROBLEMA LINEAR

$$C = \left[\quad \blacksquare \quad \blacksquare \quad \blacksquare \quad \blacksquare \quad \cdots \quad \blacksquare \quad \right]$$

INTERPRETAÇÕES

Número exponencial de interpretações?

Sim, mas poucas são importantes

GERAÇÃO DE COLUNAS

PARTE 4

LÓGICA DE DESCRIÇÃO PROBABILÍSTICA TRATÁVEL

Algoritmos e implementação

PGEL-SAT SOLVER

inicializa C, c, d

resolve o problema linear

ENQUANTO $c' x \neq 0$

gera coluna y

SE *falhou* DEVOLVE **Não**

adiciona y no problema

resolve o problema linear

DEVOLVE x

PGEL-SAT SOLVER

inicializa C, c, d

resolve o problema linear

ENQUANTO $c' x \neq 0$

gera coluna y

SE *falhou* DEVOLVE **Não**

adiciona y no problema

resolve o problema linear

DEVOLVE x

Como gerar colunas?

GERAR COLUNA

Encontrar interpretação satisfatível

GERAR COLUNA

Encontrar MELHOR interpretação satisfatível

GERAR COLUNA

Encontrar MELHOR interpretação satisfatível

Pode ser resolvido por outro problema

WEIGHTED PARTIAL *GEL*-MAXSAT

FATOS

$\{ \textbf{Maria} \} \sqsubseteq \exists\ \textbf{tem.Febre}$

$\textbf{COVID} \sqsubseteq \textbf{Doença}$

$\textbf{Febre} \sqsubseteq \textbf{Sintoma}$

INCERTEZAS

$\text{Febre} \sqsubseteq\ \exists\ \text{causada.COVID}$

$\text{COVID} \sqsubseteq \bot$

WEIGHTED PARTIAL *GEL*-MAXSAT

{ Maria } ⊑ ∃ tem.Febre

COVID ⊑ Doença

Febre ⊑ Sintoma

Febre ⊑ ∃ causada.COVID

COVID ⊑ ⊥

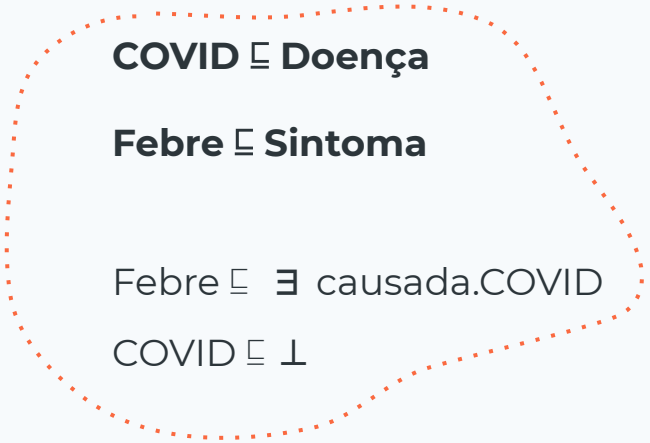
INSATISFATÍVEL!

{ Maria } ⊑ ⊥

WEIGHTED PARTIAL *GEL*-MAXSAT

MAXSAT

maior subconjunto satisfatível



SATISFATÍVEL

WEIGHTED PARTIAL *GEL*-MAXSAT

MAXSAT

maior subconjunto satisfatível

PARTIAL

fatos não podem ser removidos

{ Maria } $\sqsubseteq \exists$ **tem.Febre**

COVID $\sqsubseteq$ **Doença**

Febre $\sqsubseteq$ **Sintoma**

Febre $\sqsubseteq \exists$ causada.COVID

COVID $\sqsubseteq \bot$

SATISFATÍVEL

WEIGHTED PARTIAL *GEL*-MAXSAT

MAXSAT

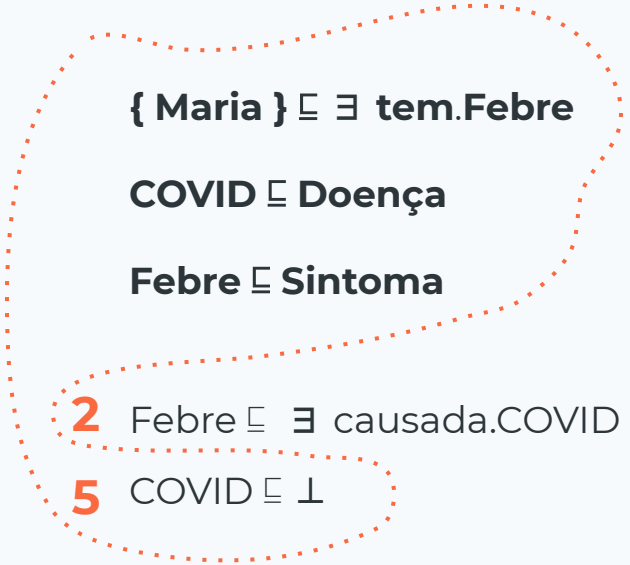
maior subconjunto satisfatível

PARTIAL

fatos não podem ser removidos

WEIGHTED

incertezas têm pesos
e queremos maximizar



SATISFATÍVEL
E MÁXIMO

GRAPHIC *EL*

{ Maria } ⊑ ∃ tem.Febre

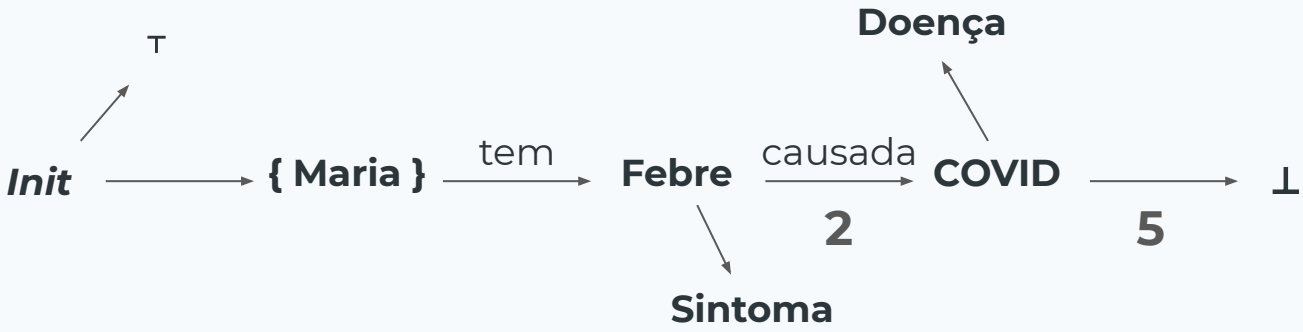
COVID ⊑ Doença

Febre ⊑ Sintoma

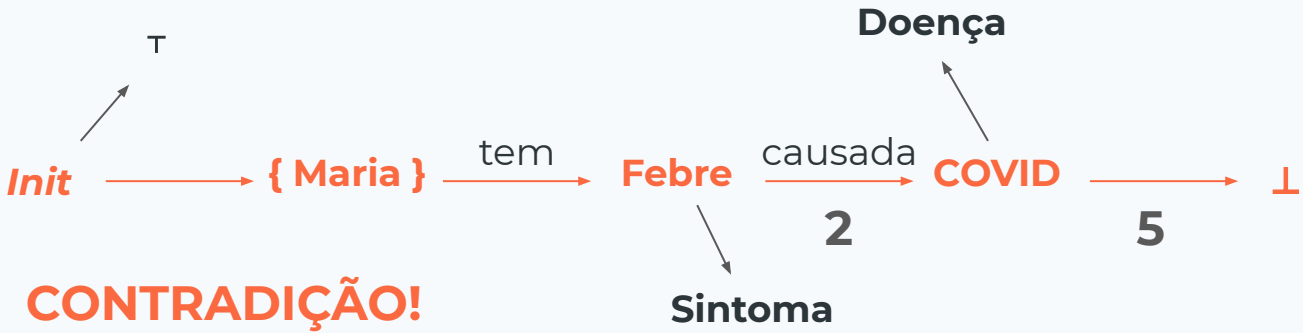
2 Febre ⊑ ∃ causada.COVID

5 COVID ⊑ ⊥

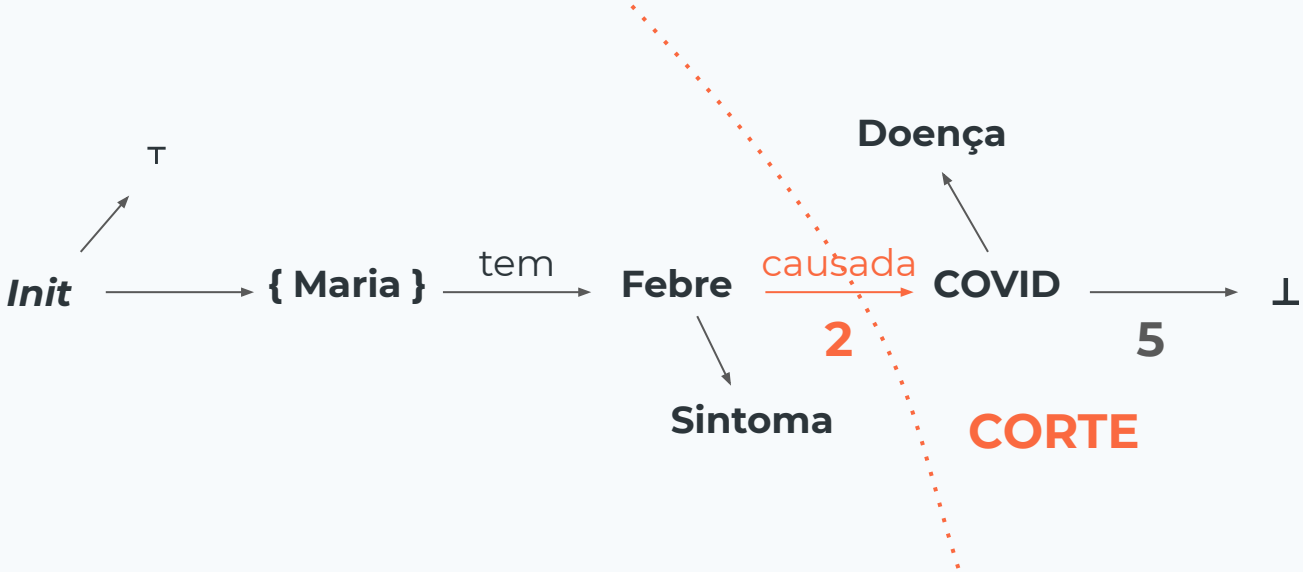
GRAPHIC *EL*



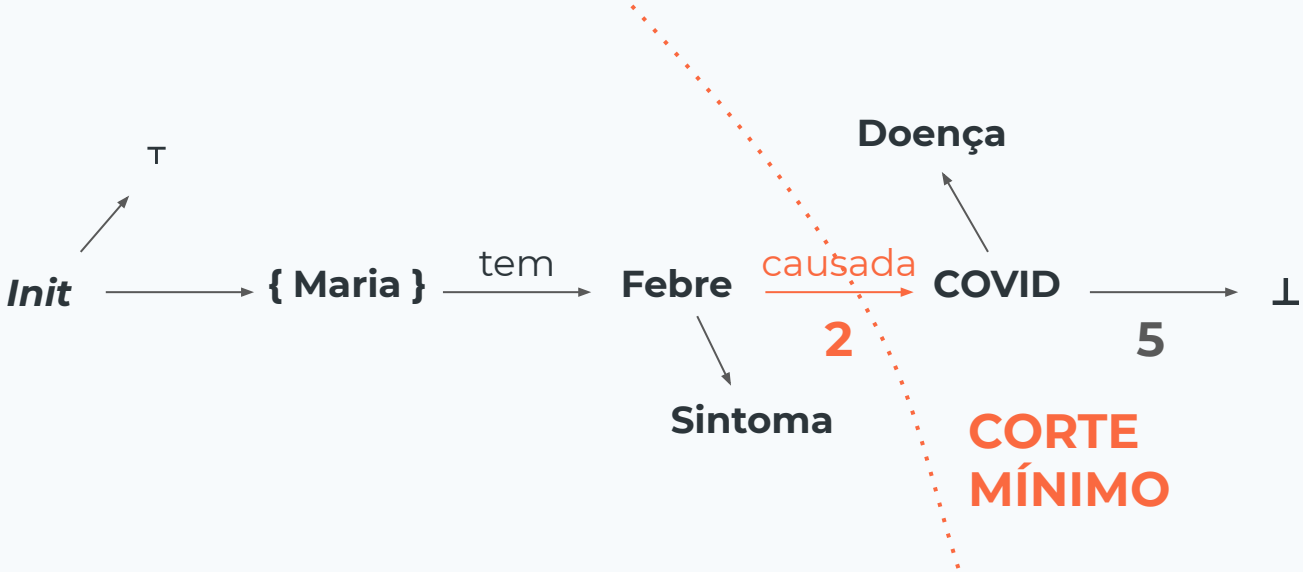
GRAPHIC *EL*


Doença
⊤
Init
{ Maria }
tem
Febre
causada
COVID
⊥
2
5
CONTRADIÇÃO!
Sintoma

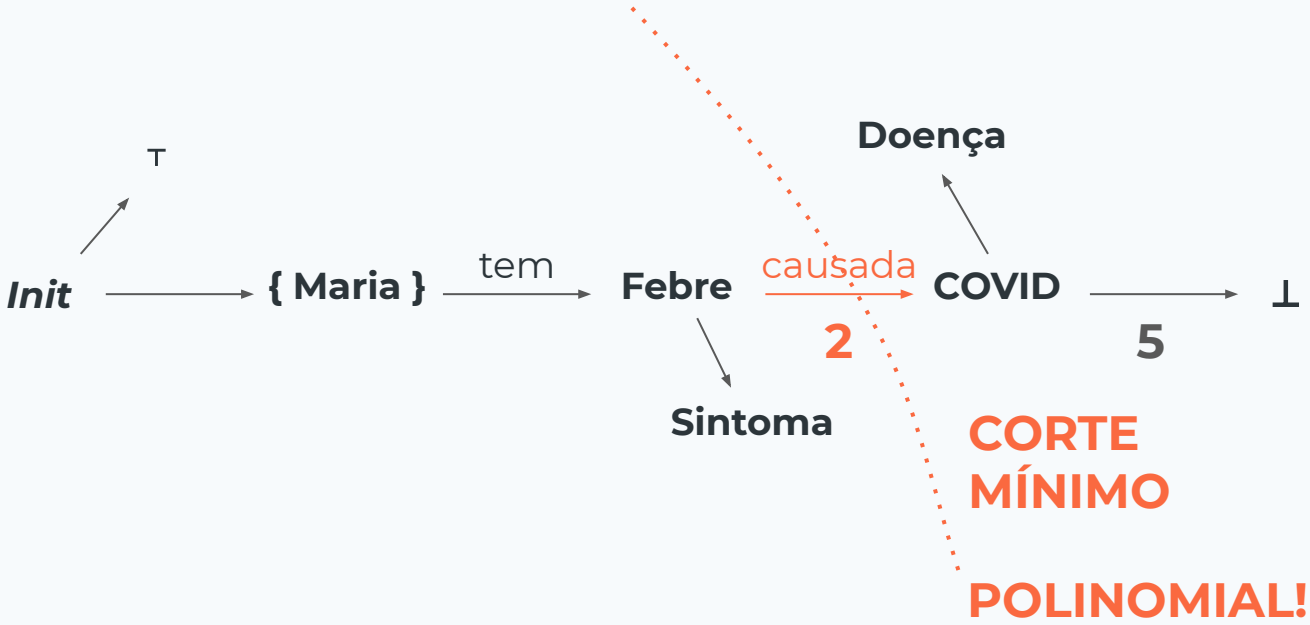
GRAPHIC *EL*



GRAPHIC *EL*


Doença
⊤
Init
{ Maria }
tem
Febre
causada
COVID
⊥
2
5
Sintoma
CORTE
MÍNIMO

GRAPHIC *EL*


Doença
⊤
Init
{ Maria }
tem
Febre
causada
COVID
⊥
2
5
Sintoma
CORTE MÍNIMO
POLINOMIAL!

PGEL-SAT SOLVER

inicializa C, c, d

resolve o problema linear

ENQUANTO $c' x \neq 0$

gera coluna y

SE *falhou* DEVOLVE **Não**

adiciona y no problema

resolve o problema linear

DEVOLVE x

GEL-MAXSAT

Polinomial

MIN CUT

PGEL-SAT SOLVER

inicializa C, c, d

resolve o problema linear

ENQUANTO $c' x \neq 0$

gera coluna y

SE *falhou* DEVOLVE **Não**

adiciona y no problema

resolve o problema linear

DEVOLVE x

Polinomial

GEL-MAXSAT

PGEL-SAT SOLVER

inicializa C, c, d

resolve o problema linear

ENQUANTO $c' x \neq 0$

gera coluna y **Polinomial**

SE *falhou* DEVOLVE **Não**

adiciona y no problema

resolve o problema linear

DEVOLVE x

PGEL-SAT SOLVER

inicializa C, c, d

resolve o problema linear

ENQUANTO $c' x \neq 0$

  gera coluna y

  SE *falhou* DEVOLVE **Não**

  adiciona y no problema

  resolve o problema linear

DEVOLVE x

Polinomial

Mais informações em

linux.ime.usp.br/~andrew/mac0499/

OBRIGADO!